电与自动化学院
通信工程 1401 班
王婷
201417045

第七章 系统函数

1. 系统函数的基本概念

(1) 对于连续系统，系统函数定义为：$H(s)=\frac{Y_{zs}(s)}{F(s)}=\mathcal{L}[h(t)]$

对于离散系统，系统函数定义为 $H(z)=\frac{Y_{zs}(z)}{F(z)}=\mathcal{Z}[h(k)]$

统一写为 $H(\cdot)=\frac{B(\cdot)}{A(\cdot)}$

$H(\cdot)$ 为有理分式.

(2) $A(\cdot)=0$ 的根 $p_1,p_2,\cdots p_n$ 称为系统的极点，$B(\cdot)=0$ 的根 $\zeta_1,\zeta_2,\cdots\zeta_m$ 称为系统的零点.

2. 系统的因果性和稳定性

(1) 因果性判别

① 对于连续时间系统，有

$h(t)=0,\ t<0 \Leftrightarrow$ 系统为因果系统（时域判别）

$H(s)$ 的收敛域为收敛坐标 σ_0 以右的 s 平面 ⇒ 系统为因果系统.（s 域判别）

② 离散：$h(k)=0,\ k<0$

⇔ 系统为因果系统（时域判别）

$H(z)$ 的收敛域为收敛半径 ρ_0 的圆外 z 平面 ⇒ 系统为因果系统

(2) 稳定性判别

① 连续：$H(s)$ 的收敛域包含 $j\omega$ 虚轴 ⇒ 系统稳定.

② $H(z)$ 的收敛域包含圆 $|z|=1$ ⇒ 系统稳定.（离散）

3. 梅森公式 $H(\cdot)=\frac{\sum P_i\Delta_i}{\Delta}$

其中 $\Delta=1-\sum_j L_j+\sum_{m,n}L_mL_n-\sum_{p,q,r}L_pL_qL_r\cdots$

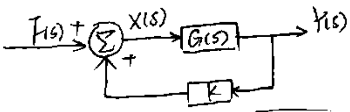
$\sum_j L_j$：不同回路增益之和.

$\sum_{m,n}L_mL_n$：所有两两互不接触回路增益之和

$\sum_{p,q,r}L_pL_qL_r$：三三互不接触回路之和

P_i：第 i 条前向通路增益　Δ_i：Δ 的余式

7.20. 如图所示为反馈因果系统，已知 $G(s)=\frac{s}{s^2+4s+4}$，K 为常数，为使系统稳定，试确定 K 值的范围.



解：由图：$X(s)=F(s)+KY(s)$

$Y(s)=X(s)G(s)=G(s)[F(s)+KY(s)]$

得系统函数为

$H(s)=\frac{Y(s)}{F(s)}=\frac{G(s)}{1-KG(s)}=\frac{s}{s^2+(4-K)s+4}$

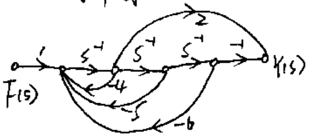
其极点为 $p_{1,2}=\frac{(K-4)\pm\sqrt{(K-4)^2-16}}{2}$

若要使极点均在左半平面，有两种情况：

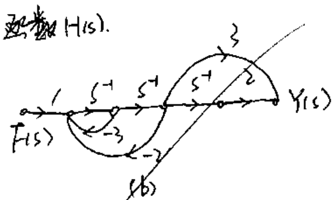
① $\begin{cases}(K-4)^2-16>0\\(K-4)+\sqrt{(K-4)^2-16}<0\end{cases}\Rightarrow K<0$，　② $\begin{cases}(K-4)^2-16\le0\\K-4<0\end{cases}\Rightarrow 0\le K<6$

综上所述，为使系统稳定，K 值范围应为 K<4.

7.28. 求下图连续系统的系统函数 $H(s)$.



(a)



(b)

解：(1) $L_1=-4s^{-1}$

$L_2=-5s^{-2}$

$L_3=-6s^{-3}$

无互不接触回路.

$\Delta=1-L_1-L_2-L_3=1+4s^{-1}+5s^{-2}+6s^{-3}$

前向通路：$P_1=2s^{-1}$　$P_2=-s^{-3}$

$\Delta_1=1$　$\Delta_2=1$

根据梅森公式，可得该系统函数为

$H(s)=\frac{P_1\Delta_1+P_2\Delta_2}{\Delta}=\frac{2s^{-1}-s^{-3}}{1+4s^{-1}+5s^{-2}+6s^{-3}}=\frac{2s^2-1}{s^3+4s^2+5s+6}$

(2). $L_1=-3s^{-1}$

$L_2=-2s^{-2}$

无互不接触回路.

$\Delta=1-L_1-L_2=1+3s^{-1}+2s^{-2}$

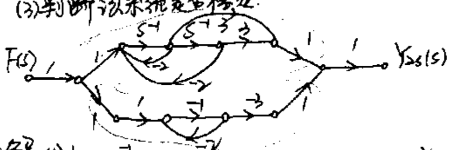
前向通路：$P_1=3s^{-2}$，$\Delta_1=1$

$P_2=2s^{-3}$，$\Delta_2=1$

梅森公式，可得系统函数

$H(s)=\frac{P_1\Delta_1+P_2\Delta_2}{\Delta}=\frac{3s^{-2}+2s^{-3}}{1+3s^{-1}+2s^{-2}}=\frac{3s+2}{s^3+2s^2+2s}$

7.36. 如图为信号流图. (1) 求系统函数 $H(s)$. (2) 列写出输入输出微分方程 (3) 判断该系统是否稳定.



解：(1) $L_1=-2s^{-1}$　$L_2=-2s^{-2}$　$\Delta=1-L_1-L_2=1+2s^{-1}+2s^{-2}$

$P_1=3s^{-2}$　$\Delta_1=1$　$P_2=3s^{-1}$　$\Delta_2=1$

$H_1(s)=\frac{3s^{-2}+3s^{-1}}{1+2s^{-1}+2s^{-2}}$

$L_3=2$　$\Delta=1-2=-1$　$P_3=3$　$\Delta_3=1$

$H_2(s)=\frac{3}{1-2}=-3$　$H(s)=H_1(s)+H_2(s)=\frac{-3(s^2+s+1)}{s^2+2s+2}$

(2) 由 (1) 可写出系统的微分方程.

$y''(t)+2y'(t)+2y(t)=-3f''(t)-3f'(t)-3f(t)$

(3) 由 (1) 得，知其极点为 $p_{1,2}=-1\pm j$

此两极点均在左半 s 开平面，故该系统稳定

28

5

6-2016

第七章

通信1402班
张译月
201417035

第三章 离散系统的时域分析

3-2. 求下列齐次差分方程的解
(1). $y(k)-0.5y(k-1)=0$. $y(0)=1$.

解: 特征方程 $\lambda-0.5=0$. ∴ 特征根 $\lambda=0.5$.

∴ 方程的齐次解为 $y(k)=C\cdot(\frac{1}{2})^k$. $k\geq0$.

代入初始条件 $C\cdot(\frac{1}{2})^0=1 \Rightarrow C=1$.

∴ $y(k)=(\frac{1}{2})^k\varepsilon(k)$.

一阶差分方程的一般形式为 $y(k)=C\cdot(-a_0)^k$.

3-3. 求下列齐次差分方程的解.
(1). $y(k)-7y(k-1)+16y(k-2)-12y(k-3)=0$. $y(0)=0$. $y(1)=-1$. $y(2)=-3$.

解: 特征方程 $\lambda^3-7\lambda^2+16\lambda-12=0$.

$\lambda(\lambda^2-4\lambda+4)-3(\lambda^2-4\lambda+4)=0$.

$(\lambda-2)^2(\lambda-3)=0$. ∴ 特征根 $\lambda_1=\lambda_2=2$. $\lambda_3=3$.

∴ 方程的齐次解为 $y(k)=(C_1k+C_2)2^k+C_3\cdot3^k$.

代入初始条件 $\begin{cases}C_2+C_3=0\\(C_1+C_2)\cdot2+3C_3=-1\\(2C_1+C_2)\cdot4+9\cdot C_3=-3\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}C_1=-1\\C_2=-1\\C_3=1\end{cases}$

∴ 方程的解为 $y(k)=(-k-1)2^k+3^k$ $(k\geq0)$

离散齐次差分方程的特征方程为 $\lambda^n+a_{n-1}\lambda^{n-1}+\cdots+a_1\lambda+a_0=0$.
此方程解为 $y(k)=C_i\lambda_i^k$ $(i=0,1,\cdots n)$. (λ_i为单根).
$y(k)=\sum_{j=1}^{r}C_jk^{r-j}\lambda_1^k+\sum_{j=r+1}^{n}C_j\lambda_j^k$. ($\lambda_1$为r重实根)

3-4. 求下列差分方程所描述的LTI离散系统的零输入响应
(1) $y(k)+3y(k-1)+2y(k-2)=f(k)$. $y(-1)=0$. $y(-2)=1$.

解: 零输入响应满足 $y_{zi}(k)+3y_{zi}(k-1)+2y_{zi}(k-2)=0$ …… ①.

其初始状态为 $\begin{cases}y_{zi}(-1)=0=y(-1)\\y_{zi}(-2)=y(-2)=1\end{cases}$.

特征方程为 $\lambda^2+3\lambda+2=0$. 特征根为 $\lambda_1=-1$. $\lambda_2=-2$.

∴ 齐次解为 $y(k)=C_1\cdot(-1)^k+C_2(-2)^k$. $k\geq0$.

代入初始值 $\begin{cases}-C_1-\frac{1}{2}C_2=0\\C_1+\frac{1}{4}C_2=1\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}C_1=2\\C_2=-4\end{cases}$

∴ $y_{zi}(k)=[2(-1)^k-4(-2)^k]\varepsilon(k)$.

零输入响应是激励为零时仅由初始状态引起的响应

28

6-2016

通信1401班
史文惠
201417002

第三章 离散系统的时域分析

知识点总结

一、一阶差分方程的一般形式为 $y(k)=C\cdot(-a_0)^k$

高阶齐次差分方程的特征方程为 $\lambda^n+a_{n-1}\lambda^{n-1}+\cdots+a_1\lambda+a_0=0$.

此方程的解为：

$y(k)=C_i\lambda_i^k$ $(i=0,1,\cdots,n)$ (λ_i 为单根)

$y(k)=\sum_{j=1}^{r}C_jk^{r-j}\lambda_1^k+\sum_{j=r+1}^{n}C_j\lambda_j^k$

(λ_1 为 r 重实根)

二、零输入响应是激励为零时仅由初始状态引起的响应

P110-3.2. 求下列齐次差分方程的解.

(1). $y(k)-0.5y(k-1)=0$，$y(0)=1$.

解：特征方程 $\lambda-0.5=0$ $\therefore$ 特征根 $\lambda=0.5$

$\therefore$ 方程的齐次解为 $y(k)=C\cdot(\frac{1}{2})^k$，$k\geq0$

代入初始条件 $C\cdot(\frac{1}{2})^0=1\Rightarrow C=1$

$\therefore y(k)=(\frac{1}{2})^k\cdot\varepsilon(k)$

P110-3.3. 求下列齐次差分方程的解.

(1). $y(k)-7y(k-1)+16y(k-2)-12y(k-3)=0$. $y(0)=0$. $y(1)=-1$. $y(2)=-3$

解：特征方程 $\lambda^3-7\lambda^2+16\lambda-12=0$.

$\lambda(\lambda^2-4\lambda+4)-3(\lambda^2-4\lambda+4)=0$

$(\lambda-2)^2(\lambda-3)=0$ $\therefore$ 特征根 $\lambda_1=\lambda_2=2$；$\lambda_3=3$.

$\therefore$ 方程的齐次解为 $y(k)=(C_1\cdot k+C_2)\cdot2^k+C_3\cdot3^k$

代入初始条件
$$\begin{cases}C_2+C_3=0\\(C_1+C_2)\cdot2+C_3\cdot3=-1\\(2C_1+C_2)\cdot4+C_3\cdot9=-3\end{cases}\quad\therefore\begin{cases}C_1=-1\\C_2=-1\\C_3=1\end{cases}$$

$\therefore$ 方程的解为 $y(k)=(-k-1)\cdot2^k+3^k$. $(k\geq0)$

P110-3.4. 求下列差分方程所描述的LTI离散系统的零输入响应.

(1). $y(k)+3y(k-1)+2y(k-2)=f(k)$，$y(-1)=0$. $y(-2)=1$

解：根据定义，零输入响应满足

$y_{zi}(k)+3y_{zi}(k-1)+2y_{zi}(k-2)=0$ ……①

其初始状态为 $\begin{cases}y_{zi}(-1)=0=y(-1)\\y_{zi}(-2)=y(-2)=1\end{cases}$

A
6-2016

特征方程为 $\lambda^2+3\lambda+2=0$ 特征根为 $\lambda_1=-1$. $\lambda_2=-2$

习题三

通信1401

王兰玲

201417053

3.2. 求下列齐次差分方程的解

<1> $y(k)-0.5y(k-1)=0$, $y(0)=1$

解：由题，$\lambda-\frac{1}{2}=0$，解得 $\lambda=\frac{1}{2}$

则 $y(k)=C(\frac{1}{2})^k$，又 $y(0)=1$

则 $C=1$，故 $y(k)=(\frac{1}{2})^k$，$k\geq0$

3.3. 求下列齐次差分方程的解

差分方程 ⇒ 特征方程

$k-n \Rightarrow \lambda^n$

系数不变

<1> $y(k)-7y(k-1)+16y(k-2)-12y(k-3)=0$

$y(0)=0$，$y(1)=-1$，$y(2)=-3$

解：由题 $\lambda^3-7\lambda^2+16\lambda-12=0$

特征方程的特征根

$\lambda_1=\lambda_2$

$y_p=(C_1k+C_2)\lambda^k$

解得 $\lambda_1=\lambda_2=2$，$\lambda_3=3$

$\lambda_1=?$，$\lambda_2=?$

$y=C_1\lambda_1^k+C_2\lambda_2^k$

则齐次解为 $y(k)=(C_1k+C_2)2^k+C_3\cdot3^k$

又 $y(0)=0$，$y(1)=-1$，$y(2)=-3$

则 $\left.\begin{array}{l} C_2+C_3=0 \\ 2(C_1+C_2)+3C_3=-1 \\ 8C_1+4C_2+9C_3=-3 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} C_1=C_2=-1 \\ C_3=1 \end{cases}$

则齐次方程的解为

$y(k)=-(k+1)\cdot2^k+3^k$，$k\geq0$.

3.4. 求下列差分方程所描述的LTI离散系统的零输入响应.

零状态的0-全为0

零输入：零正=零负

<1> $y(k)+3y(k-1)+2y(k-2)=f(k)$

$y(-1)=0$，$y(-2)=1$.

解：零输入响应 $y_{zi}(k)$ 满足 $y_{zi}(k)+3y_{zi}(k-1)+2y_{zi}(k-2)=0$

则其特征方程为 $\lambda^2+3\lambda+2=0$

28 卫 6-2016

解得 $\lambda_1=-1$，$\lambda_2=-2$

则齐次解为 $y(k)=C_1(-1)^k+C_2(-2)^k$

又 $y(-1)=0$，$y(-2)=1$，代入解得

$\begin{cases} C_1=2 \\ C_2=-4 \end{cases}$

通信1402班
2014**025
柳雨婷

一阶差分方程的一般形式为 $y(k)=C(-a_0)^k$.

高阶齐次差分方程的特征方程为
$\lambda^n+a_{n-1}\lambda^{n-1}+\cdots a_1\lambda+a_0=0$
此方程的解 $y(k)=C_i\lambda_i^k$ $(i=0,1,\cdots n)$ (λ_i为单根)
$y(k)=\sum_{i=1}^{r}C_ik^{r-i}\lambda_1^k+\sum_{j=r+1}^{n}C_j\lambda_j^k$
(λ_1为重实根)

零输入响应是激励为零时仅由初始状态引起的响应.

3.2 求下列齐次差分方程的解

1) $y(k)-0.5y(k-1)=0$，$y(0)=1$

解：由题可知 此方程的齐次解为 $y(k)=C(\frac{1}{2})^k$，$k\geq 0$

将初始值代入得 $y(0)=C(\frac{1}{2})^0=C=1$

∴ 齐次方程的解为 $y(k)=(\frac{1}{2})^k\varepsilon(k)$

3.3 求下列齐次差分方程的解

1) $y(k)-7y(k-1)+16y(k-2)-12y(k-3)=0$ $y(0)=0$, $y(1)=-1$, $y(2)=-3$.

解：已知差分方程的特征方程为 $\lambda^3-7\lambda^2+16\lambda-12=0$

∴ $\lambda_1=\lambda_2=2$， $\lambda_3=3$

∴ 齐次解为 $y(k)=C_1 2^k+C_2k2^k+C_3 3^k$，$k\geq 0$

代入已知初始条件，$\begin{cases} y(0)=C_1+C_3=0 \\ y(1)=2C_1+2C_2+3C_3=-1 \\ y(2)=4C_1+8C_2+9C_3=-3 \end{cases}$

∴ $C_1=C_2=-1$，$C_3=1$

∴ 齐次方程的解为 $y(k)=3^k-(k+1)2^k$，$k\geq 0$

3.4 求下列差分方程所描述的LTI离散系统的零输入响应

1) $y(k)+3y(k-1)+2y(k-2)=f(k)$ $y(-1)=0$，$y(-2)=1$

解：零输入响应满足方程 $y_{zi}(k)+3y_{zi}(k-1)+2y_{zi}(k-2)=0$

特征根为 $\lambda_1=-1$，$\lambda_2=-2$，

∴ 齐次解为 $y_{zi}(k)=C_1(-1)^k+C_2(-2)^k$，$k\geq 0$

将初始值代入，得 $y_{zi}(-1)=-C_1-\frac{1}{2}C_2=0$

$y_{zi}(-2)=C_1+\frac{1}{4}C_2=1$

∴ $C_1=2$，$C_2=-4$

∴ 零输入响应为 $y_{zi}(k)=[2(-1)^k-4(-2)^k]\varepsilon(k)$

28 马
6-2016

系统稳定性判断

时域 $\int_{-\infty}^{\infty}|h(t)|dt<\infty$

复频域看H(s)极点

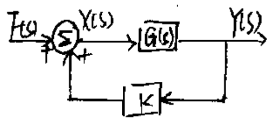
{ 右半轴有极点(不稳定)
虚轴上有二阶以上极点(不稳定).
虚轴上有一阶极点(临界稳定).

稳定系统:
若H(s)全部极点位于S左半平面.

姓名: 谭雪　学号: 20141407　班级: 电子1404

第七章 系统函数

7.20. 题7.20图所示为反馈因果系统, 已知 $G(s)=\frac{s}{s^2+4s+4}$, K为常数. 为使系统稳定, 试确定K值的范围.



解: $X(s)=F(s)+KY(s)$

$$Y(s)=X(s)G(s)=F(s)G(s)+KY(s)G(s)$$

$$H(s)=\frac{Y(s)}{F(s)}=\frac{F(s)G(s)+KY(s)G(s)}{F(s)}=\frac{G(s)}{1-KG(s)}$$

$$=\frac{s}{s^2+(4-k)s+4}$$

$$p_{1,2}=\frac{(k-4)\pm\sqrt{(k-4)^2-16}}{2}$$

若要使系统稳定, 则极点均在左半开平面, 则有两种情况.

(1) $\begin{cases}(k-4)^2-16>0\\ k-4+\sqrt{(k-4)^2-16}<0\end{cases}$　计得 $k<0$.

(2) $\begin{cases}(k-4)^2-16\le 0\\ k-4<0\end{cases}$　计得 $0\le k<4$.

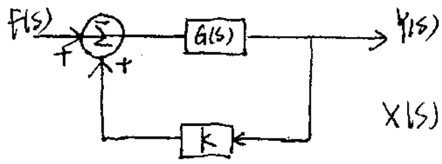
综上所述, 为使系统稳定, K值的范围为 $k<4$.

正

28/6 - 2016

知识点　　　姓名：刘爽彤　　班级：电子1404　　学号：201414066

7.20 图所示为反馈因果系统，已知 $G(s)=\frac{s}{s^2+4s+4}$，K为常数，为使系统稳定，试确定K值的范围。



$$X(s)=KY(s)+F(s)$$

$$Y(s)=X(s)G(s)=KG(s)Y(s)+G(s)F(s)$$

$$H(s)=\frac{Y(s)}{F(s)}=\frac{G(s)}{1-KG(s)}=\frac{s}{s^2+(4-K)s+4}$$

根点为 $P_{1,2}=\frac{(k-4)\pm\sqrt{(k-4)^2-16}}{2}$

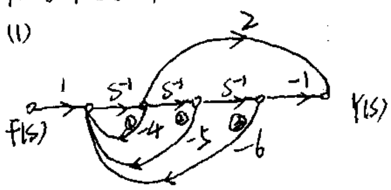
(1) $\begin{cases}(k-4)^2-16>0\\ k-4+\sqrt{(k-4)^2-16}<0\end{cases}$　　$k<0$

(2) $\begin{cases}(k-4)^2-16\le 0\\ k-4<0\end{cases}$　　$0\le k<4$

$\therefore\ k<4$

7.28 求图所示连续系统的系统函数$H(s)$

(1)



有3个回路

$L_1=-4s^{-1}$

$L_2=-5s^{-2}$　　$L_3=-6s^{-3}$

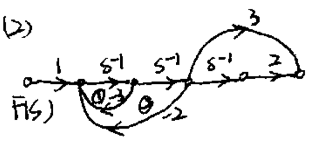
$\Delta=1-L_1-L_2-L_3=1+4s^{-1}+5s^{-2}+6s^{-3}$

有两条前向通路　$P_1=-s^{-3}$　　$P_2=2s^{-1}$　　$\Delta_1=1$　$\Delta_2=1$

$$H(s)=\frac{P_1\Delta_1+P_2\Delta_2}{\Delta}=\frac{2s^{-1}-s^{-3}}{1+4s^{-1}+5s^{-2}+6s^{-3}}=\frac{2s^2-1}{s^3+4s^2+5s+6}$$

28/5
6-2016

(2)



有两个回路　$L_1=-3s^{-1}$

$L_2=-2s^{-2}$

$\Delta=1-L_1-L_2=1+3s^{-1}+2s^{-2}$

两条前向通路　$P_1=2s^{-3}$　　$P_2=3s^{-2}$　　$\Delta_1=1$　$\Delta_2=1$

$$H(s)=\frac{P_1\Delta_1+P_2\Delta_2}{\Delta}=\frac{2s^{-3}+3s^{-2}}{1+3s^{-1}+2s^{-2}}=\frac{3s+2}{s^3+3s^2+2s}$$

通信1401
常阳
201417006

第三章

知识点总结

1、离散系统响应的求解

卷积和法：

①建立系统的差分方程

②求特征值，求零输入响应 $y_{zi}(k)$

③求单位样值响应 $h(k)$ 利用卷积和求零状态响应 $y_{zs}(k)=h(k)*f(k)$

④求全响应 $y(k)=y_{zi}(k)+y_{zs}(k)$

2、卷积的定义与性质

(1) 定义

$f_1(k)*f_2(k)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}f_1(m)f_2(k-m)$

(2) 计算方法

①图解法：步骤为 换元→反转→平移→相乘→求和。

②解析法，即利用定义和性质计算。

③不进位乘法或列表法，比较适用于时限序列。

(3) 性质：

①交换律

$f_1(k)*f_2(k)=f_2(k)*f_1(k)$

②结合律

$f_1(k)*[f_2(k)*f_3(k)]=[f_1(k)*f_2(k)]*f_3(k)$

③分配律

$f_1(k)*[f_2(k)+f_3(k)]=f_1(k)*f_2(k)+f_1(k)*f_3(k)$

P110 3.2 求下列齐次差分方程的解

(1) $y(k)-0.5y(k-1)=0, \quad y(0)=1$

解：$\lambda-0.5=0$

$\lambda=0.5$

齐次解为 $y(k)=C(0.5)^k$

代入 $y(0)=1$，$y(0)=C=1$

$\therefore y(k)=C(0.5)^k=0.5^k, \ k\geq 0$

P110 3.3 求下列齐次差分方程的解。

(1) $y(k)-7y(k-1)+16y(k-2)-12y(k-3)=0$.

$y(0)=0, \quad y(1)=-1, \quad y(2)=-3$

解：$\lambda^3-7\lambda^2+16\lambda-12=0$.

$\lambda_1=2, \ \lambda_2=2, \ \lambda_3=3$

齐次解为 $y(k)=(C_1k+C_2)2^k+C_3\cdot 3^k$

$y(0)=0, \quad y(0)=C_2+C_3=0$

$y(1)=-1, \quad y(1)=(C_1+C_2)\cdot 2+C_3\cdot 3=-1$

$y(2)=-3, \quad y(2)=(2C_1+C_2)\cdot 4+C_3\cdot 9=-3$

$\therefore C_1=C_2=-1, \quad C_3=1$

$\therefore y(k)=-(k+1)2^k+3^k, \quad k\geq 0$

P110 3.4 求下列差分方程所描述的LTI离散系统的零输入响应。

(1) $y(k)+3y(k-1)+2y(k-2)=f(k), \quad y(-1)=0, \ y(-2)=1$

解：满足 $y_{zi}(k)+3y_{zi}(k-1)+2y_{zi}(k-2)=0$.

$\lambda_1=-1, \quad \lambda_2=-2$

$y_{zi}(k)=C_1(-1)^k+C_2(-2)^k$，代入初始值

$y_{zi}(-1)=y(-1)=0, \quad y_{zi}(-2)=y(-2)=1$. 代入，得 $y_{zi}(-1)=-C_1-\frac{1}{2}C_2=0$

$y_{zi}(-2)=C_1+\frac{1}{4}C_2=1$

解得 $C_1=2, \ C_2=-4$

故零输入响应为

$y_{zi}(k)=2(-1)^k-4(-2)^k, \quad k\geq 0$

28分

6-2016

习题三

电子1402班
方妍
2014107

3.1 试求下列各序列 $f(k)$ 的差分 $\Delta f(k)$、$\nabla f(k)$ 和 $\sum_{i=-\infty}^{k} f(i)$.

(1) $f(k)=\begin{cases}0, & k<0\\ (\frac{1}{2})^k, & k\geq 0\end{cases}$

解：由差分的定义，知 $\Delta f(k)=f(k+1)-f(k)$

若 $k\geq 0$，则 $k+1\geq 1$，则 $\Delta f(k)=(\frac{1}{2})^{k+1}-(\frac{1}{2})^k=(\frac{1}{2})^{k+1}$

若 $k=-1$，则 $k+1=0$，则 $\Delta f(k)=(\frac{1}{2})^0-0=1$

若 $k\leq -2$，则 $k+1<0$，$\therefore \Delta f(k)=0-0=0$

即 $\Delta f(k)=\begin{cases}0, & k\leq -2\\ 1, & k=-1\\ -(\frac{1}{2})^{k+1}, & k\geq 0\end{cases}$

$\sum_{i=-\infty}^{k} f(i)=\sum_{i=0}^{k} f(i)=\sum_{i=0}^{k}(\frac{1}{2})^i=\frac{1-(\frac{1}{2})^{k+1}}{1-\frac{1}{2}}=2-(\frac{1}{2})^k$

又∵上式只对 $k\geq 0$ 时方成立

$\therefore \sum_{i=-\infty}^{k} f(i)=[2-(\frac{1}{2})^k]\varepsilon(k)$

3.3 求下列齐次差分方程的解.

(1) $y(k)-7y(k-1)+16y(k-2)-12y(k-3)=0$

$y(0)=0$，$y(1)=-1$，$y(2)=-3$.

解：由题得差分方程的特征方程为 $\lambda^3-7\lambda^2+16\lambda-12=0$，即 $(\lambda-3)(\lambda^2-4\lambda+4)=0$

解得 $\lambda_1=3$，$\lambda_2=2=\lambda_3$，则齐次差分方程的解为 $y(k)=C_1 3^k+C_2 k 2^k+C_3 2^k$，$k\geq 0$

将 $y(0)=0$，$y(1)=-1$，$y(2)=-3$ 代入上式有 $\begin{cases}y(0)=0=C_1+C_3\\ y(1)=-1=3C_1+2C_2+2C_3\\ y(2)=-3=9C_1+8C_2+4C_2\end{cases}$

解得 $C_1=1$，$C_2=-1$，$C_3=-1$

$\therefore$ 此齐次差分方程的解 $y(k)=[3^k-(k+1)2^k]\varepsilon(k)$

3.6 求下列差分方程所描述的LTI离散系统的零输入响应、零状态响应和全响应.

(1) $y(k)-2y(k-1)=f(k)$，$f(k)=2\varepsilon(k)$，$y(-1)=-1$

解：零输入响应满足 $y_{zi}(k)-2y_{zi}(k-1)=0$ 且 $y_{zi}(-1)=y(-1)=-1$ ①

由方程①的特征根为2，$\therefore$ 零输入响应 $y_{zi}(k)=C_{zi}2^k$

将 $y_{zi}(-1)$ 代入上式得 $y_{zi}(-1)=\frac{1}{2}C_{zi}=-1$ $\therefore C_{zi}=-2$

$\therefore$ 零输入响应 $y_{zi}(k)=-2^{k+1}\varepsilon(k)$

零状态响应满足 $y_{zs}(k)-2y_{zs}(k-1)=2$ 且 $y_{zs}(-1)=0$ ②

令 $k=0$ 及 $y_{zs}(-1)=0$ 可求出 $y_{zs}(0)=2$

对方程②的特解为 P，将特解代入原方程得 $P-2P=2$，解得 $y_p(k)=-2$

$\therefore y_{zs}(k)=C_{zs}2^k-2$ 将 $y_{zs}(0)=2$ 代入上式得 $C_{zs}=4$.

则 $y_{zs}(k)=(4\cdot 2^k-2)\varepsilon(k)$

$\therefore$ 全响应为 $y(k)=y_{zi}(k)+y_{zs}(k)=(2\cdot 2^k-2)\varepsilon(k)$

28 马
6-2016

通信工程1401班 顾曼璇 201417015.

第三章 离散系统的时域分析.

1. 离散系统响应求解 卷积和法.
①写出系统差分方程
②求特征值→求零输入响应 $y_{zi}(k)$
③求单位样值响应 $h(k)$ 利用卷积和求零状态响应 $y_{zs}(k)=h(k)*f(k)$.
④求全响应. $y(k)=y_{zi}(k)+y_{zs}(k)$.

2. 卷积的定义与性质
(1)定义
$f_1(k)*f_2(k)$
$=\sum_{m=-\infty}^{\infty} f_1(m)f_2(k-m)$
(2)计算方法.
①图解法.
换元→反转→平移→相乘→求和.
②解析法.
利用定义和性质计算.
③不进位乘法、列表法 适用于有限长序列.

3.2 求下列齐次差分方程的解. (1) $y(k)-0.5y(k-1)=0$, $y(0)=1$.

解: $\lambda-0.5=0$ $\lambda=0.5$

齐次解为 $y(k)=C(0.5)^k$

代入 $y(0)=1$ $y(0)=C=1$

$\therefore y(k)=C(0.5)^k=0.5^k$ $k\geq 0$

3.3. 求下列齐次差分方程的解.

(1) $y(k)-7y(k-1)+16y(k-2)-12y(k-3)=0$

$y(0)=0$ $y(1)=-1$ $y(2)=-3$

$\lambda^3-7\lambda^2+16\lambda-12=0$.

$\lambda_1=2$ $\lambda_2=2$ $\lambda_3=3$.

齐次解为 $y(k)=(C_1k+C_2)2^k+C_3\cdot 3^k$.

$y(0)=0$ $y(0)=C_2+C_3=0$.

$y(1)=-1$ $y(1)=(C_1+C_2)\cdot 2+C_3\cdot 3=-1$

$y(2)=-3$. $y(2)=(2C_1+C_2)\cdot 4+C_3\cdot 9=-3$.

$\therefore C_1=C_2=-1$, $C_3=1$

$\therefore y(k)=-(k+1)2^k+3^k$. $k\geq 0$.

3.4. 求下列差分方程所描述的LTI离散系统的零输入响应

(1) $y(k)+3y(k-1)+2y(k-2)=f(k)$. $y(-1)=0$ $y(-2)=1$.

满足 $y_{zi}(k)+3y_{zi}(k-1)+2y_{zi}(k-2)=0$

$\lambda_1=-1$ $\lambda_2=-2$

$y_{zi}(k)=C_1(-1)^k+C_2(-2)^k$ 代入初始值.

$y_{zi}(-1)=y(-1)=0$. $y_{zi}(-2)=y(-2)=1$. 代入得.

$y_{zi}(-1)=-C_1-\frac{1}{2}C_2=0$

$y_{zi}(-2)=C_1+\frac{1}{4}C_2=1$.

解得: $C_1=2$. $C_2=-4$

故零输入响应为 $y_{zi}(k)=2(-1)^k-4(-2)^k$. $k\geq 0$.

28 6-2016

通信工程1401班

顾曼璇

201417015.

第六章 离散系统的z域分析.

6.1. 求下列序列的双边z变换，并注明收敛域

(1) $f(k)=\begin{cases}(\frac{1}{2})^k, & k<0\\ 0, & k\geq 0.\end{cases}$

解. 由双边z变换的定义，得.

$F(z)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k)z^{-k}=\sum_{k=-\infty}^{-1}(\frac{1}{2})^k z^{-k}$

令 $i=-k$ 代入上式. 有 $F(z)=\sum_{i=1}^{\infty}(2z)^i=\frac{2z}{1-2z}$, $|z|<\frac{1}{2}$

6.2 求下列序列的z变换，并注明收敛域

(1) $f(k)=(\frac{1}{3})^k\varepsilon(k)$.

由z变换的定义，得.

$F(z)=\sum_{k=0}^{\infty}f(k)z^{-k}=\sum_{k=0}^{\infty}(\frac{1}{3})^k z^{-k}=\sum_{k=0}^{\infty}(\frac{1}{3z})^k=\frac{1}{1-\frac{1}{3z}}=\frac{3z}{3z-1}$, $|z|>\frac{1}{3}$

6.3. 粗略画出以下因果序列的图形，并求出z变换.

(1) $f(k)=\begin{cases}0, & k为奇数\\ 1, & k为偶数.\end{cases}$

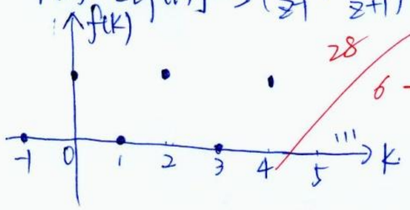
$f(k)=\begin{cases}0, & k为奇数\\ 1, & k为偶数\end{cases}=\frac{1}{2}[1+(-1)^k]\varepsilon(k)$

$\varepsilon(k)\longleftrightarrow\frac{z}{z-1}$, $|z|>1$.

$(-1)^k\varepsilon(k)\longleftrightarrow\frac{z}{z+1}$, $|z|>1$.

根据线性性质，可得 $f(k)$ 的z变换为

$F(z)=L[f(k)]=\frac{1}{2}(\frac{z}{z-1}+\frac{z}{z+1})=\frac{z^2}{z^2-1}$, $|z|>1$.



28

6 – 2016

1. z变换

(1) 定义

$F(z)=L[f(k)]$

$=\begin{cases}\sum_{k=-\infty}^{\infty}f(k)z^{-k}, & 双边.\\ \sum_{k=0}^{\infty}f(k)z^{-k}, & 单边.\end{cases}$

因果序列.

$F(z)=F_b(z)$.

(2) 性质.

$f(k)\leftrightarrow F(z)$

$f_i(k)\leftrightarrow F_i(z)$

① 线性.

$a_1f_1(k)+a_2f_2(k)$

$\leftrightarrow a_1F_1(z)+a_2F_2(z)$

② 时移性.

$f(k-m)\varepsilon(k-m)\leftrightarrow$

$z^{-m}F(z)$

③ z域尺度变换性.

$a^kf(k)\leftrightarrow F(\frac{z}{a})$

④ 时域卷积定理.

$f_1(k)*f_2(k)\leftrightarrow$

$F_1(z)\cdot F_2(z)$.

通信工程1401班
顾曼璇
2014170015.

第七章. 系统函数.

1.
(1) 连续系统.

$H(s)=\frac{Y_{zs}(s)}{F(s)}=L[h(t)]$

(2) 离散系统.

$H(z)=\frac{Y_{zs}(z)}{F(z)}=Z[h(k)]$

$H(\cdot)=\frac{B(\cdot)}{A(\cdot)}$

2. 梅森公式

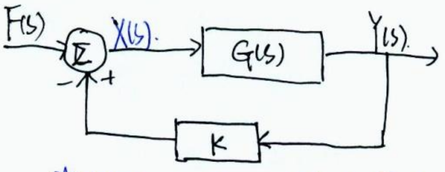
$H=\frac{1}{\Delta}\sum_i P_i\Delta_i$

$\Delta=1-\sum_j L_j+\sum_{m,n}L_mL_n-\sum_{p,q,r}L_pL_qL_r$

$\sum_j L_j$是所有不同回路的增益之和.

$\sum_{m,n}L_mL_n$所有两两不接触回路的增益乘积之和.

7.20. 题图示为反馈因果系统. 已知 $G(s)=\frac{s}{s^2+4s+4}$ K为常数. 为使系统稳定. 试确定K值的范围.



设为X(s) $X(s)=KY(s)+F(s)$.

$Y(s)=X(s)G(s)=KG(s)Y(s)+G(s)F(s)$.

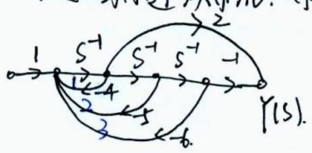
得 $H(s)=\frac{Y(s)}{F(s)}=\frac{G(s)}{1-KG(s)}=\frac{s}{s^2+(4-K)s+4}$

极点为 $p_{1,2}=\frac{(K-4)\pm\sqrt{(K-4)^2-16}}{2}$

(1) $\begin{cases}(K-4)^2-16>0.\\ K-4+\sqrt{(K-4)^2-16}<0\end{cases}$ $K<0$.

(2) $\begin{cases}(K-4)^2-16\le 0.\\ K-4<0\end{cases}$ $0\le K<4$

7.28. 求题图示连续系统的系统函数H(s)



$L_1=-4s^{-1}$

$L_2=-5s^{-2}$

$L_3=-6s^{-3}$.

解: $\Delta=1-(L_1+L_2+L_3)=1-(-4s^{-1}-5s^{-2}-6s^{-3})$

$P_1=-s^{-3}$ $\Delta_1=1$

$P_2=2s^{-1}$ $\Delta_2=1$

梅森公式

$H(s)=\frac{1}{\Delta}(P_1\Delta_1+P_2\Delta_2)$

$=\frac{2s^{-1}-s^{-3}}{1+4s^{-1}+5s^{-2}+6s^{-3}}$

28/6-2016

通信工程1401班.
顾曼璇
201417015

第八章. 系统的状态变量分析.

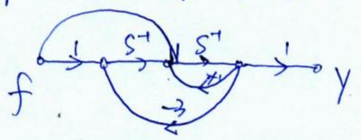
8-11. 某连续系统的状态方程为 $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} f$.

输出方程为 $y(t) = x_1$.

试画出该系统的信号流图. 并根据状态方程和输出方程. 求出该系统的微分方程.

由状态方程
求得微分方程.
即可画出信号流图.

解: 由状态方程和输出方程. 画出信号流图.



对输出方程求导. $y'(t) = x_1' = -4x_1 + x_2 + f$. ①

$y''(t) = -4x_1' + x_2' + f'$

$= -4(-4x_1 + x_2 + f) - 3x_1 + f + f'$ ②

$= 13x_1 - 4x_2 + f' - 3f$

①②结合. 输出方程有

$y'' + ay' + by = 13x_1 - 4x_2 + f' - 3f + a(-4x_1 + x_2 + f) + bx_1$

$= (13 - 4a + b)x_1 + (-4 + a)x_2 + f' + (a-3)f$

故 $13 - 4a + b = 0$

$-4 + a = 0$

$\therefore a = 4 \quad b = 3$ 代入

$y''(t) + 4y'(t) + 3y(t) = f'(t) + f(t)$

A

28 马
6-2016