/

电31402班
李妍
2014141407

知识点归纳：

$\delta(t) \leftrightarrow 1$

$\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s}$

$\delta(t-t_0) \leftrightarrow e^{-st_0}$

$e^{\alpha t} \leftrightarrow \frac{1}{\alpha+s}$

$\cos\omega t \leftrightarrow \frac{s}{s^2+\omega^2}$

$\sin\omega t \leftrightarrow \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$

习题五

5.1 求下列函数的单边拉普拉斯变换，并注明收敛域.

(1) $1-e^{-t}$

解：利用线性性质得 $L[1-e^{-t}] = L[1]-L[e^{-t}] = \frac{1}{s}-\frac{1}{s+1} = \frac{1}{s(s+1)}$，$Re[s]>0$

(3) $3\sin t+2\cos t$

解：$L[3\sin t+2\cos t] = L[3\sin t]+L[2\cos t] = \frac{3}{s^2+1}+\frac{2s}{s^2+1} = \frac{2s+3}{s^2+1}$，$Re[s]>0$

(5) $e^{t}+e^{-t}$

解：$L[e^{t}+e^{-t}] = L[e^{t}]+L[e^{-t}] = \frac{1}{s-1}+\frac{1}{s+1} = \frac{2s}{s^2-1}$，$Re[s]>1$

(7) te^{-2t}

解：$\because L[e^{-2t}] = \frac{1}{s+2}$，$Re[s]>-2$

利用复频域微分特性得 $L[te^{-2t}] = -\frac{d}{ds}\left(\frac{1}{s+2}\right) = \frac{1}{(s+2)^2}$，$Re[s]>-2$.

5.3 利用常用函数的象函数及拉普拉斯变换的性质，求下列函数 $f(t)$ 的拉氏变换 $F(s)$

(1) $e^{-t}\varepsilon(t)-e^{-(t-2)}\varepsilon(t-2)$

解：由 $e^{-t}\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s+1}$ 及时移特性得 $F(s) = \frac{1}{s+1}(1-e^{-2s})$

(3) $\sin(\pi t)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$

解：由 $\sin(\pi t)\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{\pi}{s^2+\pi^2}$ 和时移特性得 $F(s) = \sin(\pi t)\varepsilon(t)+\sin[\pi(t-1)]\varepsilon(t-1)$

(5) $\delta(4t-2)$

解：由 $\delta(t) \leftrightarrow 1$ 和时移、尺度变换特性得 $F(s) = \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{2}s}$

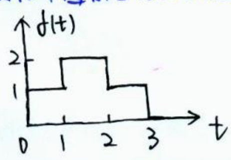
(7) $\sin(2t-\frac{\pi}{4})\varepsilon(t)$　$\sin(2t)\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{2}{s^2+4}$，$\cos(2t)\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{s}{s^2+4}$

解：$\sin(2t-\frac{\pi}{4})\varepsilon(t) = [\sin(2t)\frac{\sqrt{2}}{2}-\cos(2t)\frac{\sqrt{2}}{2}]\varepsilon(t)$　$\therefore F(s) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{2}{s^2+4}-\frac{s}{s^2+4}\right)$

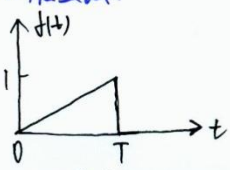
(9) $\int_0^t \sin(\pi x)dx$

解：由 $\sin(\pi t) \leftrightarrow \frac{\pi}{s^2+\pi^2}$ 和积分特性得 $F(s) = \frac{\pi}{s(s^2+\pi^2)}$

5.2 求下列图示各信号的拉氏变换，并注明收敛域.



(a)



(2)

解：由图(a)得 $f(t) = \varepsilon(t)+\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)$

$\because \varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s}$，$Re[s]>0$，利用时移特性可得

$F(s) = \frac{1}{s}-\frac{2}{s}e^{-s}+\frac{1}{s}e^{-2s} = \frac{1}{s}(1-e^{-s})^2$，$Re[s]>0$.

由图(2)得 $f(t) = \frac{1}{T}t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-T)]$

$\because \varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s}$，$Re[s]>0$，利用时移特性得

$F(s) = \frac{1}{s}-\frac{1}{s}e^{-sT} = \frac{1}{s}(1-e^{-sT})$

6　五

6-2016

通信1401班
史文惠
201417002

知识点总结

一、拉普拉斯变换的性质

1、线性
$f_1(t) \leftrightarrow F_1(s)$, $Re[s]>\sigma_1$
$f_2(t) \leftrightarrow F_2(s)$, $Re[s]>\sigma_2$
且有常数 a_1、a_2，则
$a_1f_1(t)+a_2f_2(t) \longleftrightarrow a_1F_1(s)+a_2F_2(s)$, $Re[s]>\max(\sigma_1,\sigma_2)$

2、尺度变换
若 $f(t) \leftrightarrow F(s)$, $Re[s]>\sigma_0$，且有实常数 $a>0$，
则 $f(at) \leftrightarrow \frac{1}{a}F(\frac{s}{a})$, $Re[s]>a\sigma_0$.

3、时移(延时)特性
若 $f(t)\varepsilon(t) \leftrightarrow F(s)$, $Re[s]>\sigma_0$，且有实常数 t_0，
则 $f(t-t_0)\varepsilon(t-t_0) \leftrightarrow e^{-st_0}F(s)$, $Re[s]>\sigma_0$.

4、复频移(s域)特性
若 $f(t) \leftrightarrow F(s)$, $Re[s]>\sigma_0$，且有复常数 $s_a=\sigma_a+j\omega_a$，
则 $f(t)e^{s_at} \leftrightarrow F(s-s_a)$, $Re[s]>\sigma_0+\sigma_a$

习题五 连续系统的s域分析

P263-5.1、求下列函数的单边拉普拉斯变换，并注明收敛域

(1). $1-e^{-t}$

解：$\mathcal{L}[1-e^{-t}]=\mathcal{L}[1]-\mathcal{L}[e^{-t}]=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1}=\frac{1}{s(s+1)}$, $Re[s]>0$

(3). $3\sin t+2\cos t$

解：$\mathcal{L}[3\sin t+2\cos t]=3\mathcal{L}[\sin t]+2\mathcal{L}[\cos t]=\frac{3}{s^2+1}+\frac{2s}{s^2+1}=\frac{2s+3}{s^2+1}$
$Re[s]>$

(5). $e^{t}+e^{-t}$

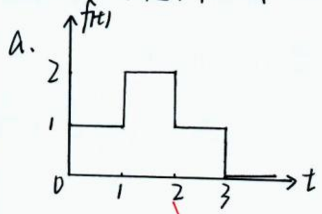
解：$\mathcal{L}[e^{t}+e^{-t}]=\mathcal{L}[e^{t}]+\mathcal{L}[e^{-t}]=\frac{1}{s-1}+\frac{1}{s+1}=\frac{2s}{s^2-1}$, $Re[s]>1$

(7). $t\cdot e^{-2t}$

解：$\mathcal{L}[t\cdot e^{-2t}] \xrightarrow{\text{复频移特性}} \frac{1}{(s+2)^2}$, $Re[s]>-2$

P263-5.2、求题所示各信号拉普拉斯变换，并注明收敛域

a.

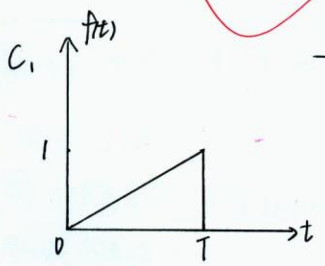


解：(1). 由 $f(t)$ 图形得 $f(t)=\begin{cases}1, & 0<t<1 \text{ 或 } 2<t<3\\ 2, & 1<t<2\\ 0, & 其他\end{cases}$

则拉普拉斯变换为

$$F(s)=\mathcal{L}[f(t)]=\int_{0_-}^{\infty}f(t)\cdot e^{-st}dt=\int_0^1 e^{-st}dt+\int_1^2 2e^{-st}dt+\int_2^3 e^{-st}dt$$

c.



解：由 $f(t)$ 的图形可得 $f(t)=\begin{cases}\frac{1}{T}t, & 0<t<T\\ 0, & 其他\end{cases}$

则拉普拉斯变换为

$$F(s)=\mathcal{L}[f(t)]=\int_{0_-}^{\infty}f(t)e^{-st}dt=\int_0^T\frac{1}{T}t\cdot e^{-st}dt=\frac{1-e^{-Ts}-Tse^{-Ts}}{Ts^2}$$

6 马
6-2016

第五章. 连续系统的s域分析.

顾曼璇. 通信1401.

常见的函数拉氏变换

$\mathcal{L}[\delta(t)]=1.$

$\mathcal{L}[\varepsilon(t)]=\frac{1}{s}$

$\mathcal{L}[\delta(t-t_0)]=e^{-st_0}$

$\mathcal{L}[e^{-\alpha t}]=\frac{1}{\alpha+s}$ $(\mathrm{Re}[s]>-\alpha)$

5.1. 求单边拉普拉斯变换，并注明收敛域

(1) $1-e^{-t}$

解: $\mathcal{L}[1-e^{-t}]=\mathcal{L}[1]-\mathcal{L}[e^{-t}]=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1}=\frac{1}{(s+1)s}$. $\mathrm{Re}[s]>0.$

(3) $3\sin t+2\cos t$.

$\mathcal{L}[3\sin t+2\cos t]=\mathcal{L}[3\sin t]+\mathcal{L}[2\cos t]=\frac{3}{s^2+1}+\frac{2s}{s^2+1}=\frac{2s+3}{s^2+1}$. $\mathrm{Re}[s]>0$

(5) $e^{t}+e^{-t}$

$\mathcal{L}[e^{t}+e^{-t}]=\mathcal{L}[e^{t}]+\mathcal{L}[e^{-t}]=\frac{1}{s-1}+\frac{1}{s+1}=\frac{2s}{s^2-1}$ $\mathrm{Re}[s]>1.$

(7) te^{-2t}

$\mathcal{L}[te^{-2t}]=\frac{1}{(s+2)^2}$. $\mathrm{Re}[s]>-2.$

拉氏变换收敛域.

收敛域: F(s)存在的s的区域.

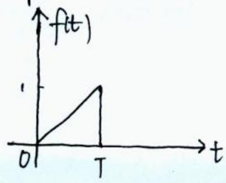
如 $f(t)=e^{-st}$

则f(t)收敛的条件

为 $\lim\limits_{t\to\infty}f(t)e^{-\sigma t}=0$

$(\sigma>-1)$

5.2 求各信号的拉普拉斯变换. 并注明收敛域.



(a) $f(t)=[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]+[2\varepsilon(t)-2\varepsilon(t-2)]+[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)]$.

$=\varepsilon(t)+\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)$.

又∵ $\varepsilon(t)\longleftrightarrow\frac{1}{s}$. $\mathrm{Re}[s]>0$ 由时移特性及线性特质得:

$f(t)\longleftrightarrow\frac{1}{s}+\frac{1}{s}e^{-s}-\frac{1}{s}e^{-2s}-\frac{1}{s}e^{-3s}=\frac{(1+e^{-s})(1-e^{-2s})}{s}$. $\mathrm{Re}[s]>0$

性质.

① 线性.

② 时域延时特性

③ 时域微分特性

④ 卷积定理

⑤ 尺度变换

⑥ 复频移特性.

⑦ 时域积分特性.

⑧ s域微分特性.

⑨ 初值定理和终值定理.

(c) $f(t)=\frac{1}{T}t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-T)]$ 又 $\varepsilon(t)\longleftrightarrow\frac{1}{s}$. $\mathrm{Re}[s]>0$

∴ $\varepsilon(t)-\varepsilon(t-T)\longleftrightarrow\frac{1}{s}-\frac{1}{s}e^{-sT}$ 根据复频域微分特性.

$f(t)\longleftrightarrow\frac{1}{T}\frac{d}{ds}[\frac{1}{s}-\frac{1}{s}e^{-sT}]=\frac{1-e^{-Ts}-Tse^{-Ts}}{Ts^2}$ $\mathrm{Re}[s]>0.$

5-3. 利用常用函数[例如 $\varepsilon(t)$. $e^{-\alpha t}\varepsilon(t)$. $\sin(\beta t)\varepsilon(t)$. $\cos(\beta t)\varepsilon(t)$ 等]的象函数及拉普拉斯变换的性质. 求下列函数f(t)的拉普拉斯变换F(s)

(1) $e^{-t}\varepsilon(t)-e^{-(t-2)}\varepsilon(t-2)$

解: 由 $e^{-t}\varepsilon(t)\longleftrightarrow\frac{1}{s+1}$ 及时移特性得.

$e^{-t}\varepsilon(t)-e^{-(t-2)}\varepsilon(t-2)\longleftrightarrow\frac{1}{s+1}(1-e^{-2s})$

6

6-2016

$L[\varepsilon(t)]=\frac{1}{s}$

$L[e^{-\alpha t}]=\frac{1}{\alpha+s}$

$L[\delta(t)]=1$

$L[\delta(t-t_0)]=e^{-st_0}$

姓名：谭雪　班级：电子1404　学号：201414077

第五章　连续系统的S域分析

5.1 求下列函数的单边拉普拉斯变换，并注明收敛域

(1). $1-e^{-t}$　(3). $3\sin t+2\cos t$　(5). $e^{t}+e^{-t}$　(7). te^{-2t}

解 (1) $L[1-e^{-t}]=L[1]-L[e^{-t}]=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1}=\frac{1}{s(s+1)}$,$Re[s]>0$.

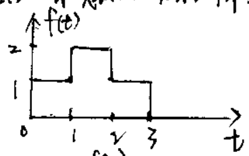
(3). $L[3\sin t+2\cos t]=L[3\sin t]+L[2\cos t]=\frac{3}{s^2+1}+\frac{2s}{s^2+1}=\frac{2s+3}{s^2+1}$　$Re[s]>0$

(5). $L[e^{t}+e^{-t}]=L[e^{t}]+L[e^{-t}]=\frac{1}{s-1}+\frac{1}{s+1}=\frac{2s}{s^2-1}$.$Re[s]>1$

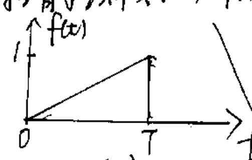
(7). $L[t]=\frac{1}{s^2}$

$L[e^{-2t}t]=\frac{1}{(s+2)^2}$.$Re[s]>2$.

5.2. 求题5.2图所示各信号拉普拉斯变换，并注明收敛域。



(a).



(c).

解：(a). $f(t)=\varepsilon(t)+\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)$

$\because \varepsilon(t)\leftrightarrow\frac{1}{s}$,$Re[s]>0$.

$\therefore f(t)\leftrightarrow\frac{1}{s}+\frac{1}{s}e^{-s}-\frac{1}{s}e^{-2s}-\frac{1}{s}e^{-3s}=\frac{(1+e^{-s})(1-e^{-2s})}{s}$　$Re[s]>0$

(c). $f(t)=\frac{1}{T}t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-T)]$

$\varepsilon(t)-\varepsilon(t-T)\leftrightarrow\frac{1}{s}(1-e^{-sT})$

$f(t)=\frac{1}{T}t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-T)]\leftrightarrow-\frac{1}{T}\frac{d}{ds}[\frac{1}{s}(1-e^{-sT})]$.

$=\frac{1-e^{-Ts}-Tse^{-Ts}}{Ts^2}$.　$Re[s]>0$

6 — 26

6 — 2016